

# Mehrstellige Prädikate

Im Logiklehrbrief 3316 werden mehrstellige Prädikate nicht behandelt, obwohl die Entwicklung der modernen Prädikatenlogik gegenüber der traditionellen auch die Behandlung von Schlüssen mit mehrstelligen Prädikaten erlaubt.

*Einstellige Prädikate* sind Ausdrücke, die wir jeweils von einem Gegenstand aussagen. z.B. "ist ein Hund", "ist grün", "geht", "ist eine Zahl", usw.

*Zweistellige Prädikate* sind Ausdrücke, die wir jeweils von zwei Gegenständen aussagen. z.B. "ist grösser als", "ist schöner als", "ist Element von", "ist Teilmenge von", usw.

*Dreistellige Prädikate* sind Ausdrücke, die wir jeweils von drei Gegenständen aussagen. z.B. "... liegt zwischen ... und ...", "... erheitert ... mit ...", "... ist Schnittmenge von ... und ...", usw. Man beachte, dass "und" hier nicht ein Bindewort ist, das einem Junktore entspricht.

*n-stellige Prädikate* sind Ausdrücke, die wir jeweils von n Gegenständen aussagen.

**Beispiel:** "Alle Pferde sind Säugetiere. Folglich sind alle Pferdeköpfe Säugetierköpfe".

"Alle Pferde sind Säugetiere" kann übersetzt werden als "Für alle x gilt, wenn es ein y gibt, derart dass y ein Kopf von x ist und x ein Pferd ist, dann gibt es ein y, derart dass y ein Kopf von x ist und x ein Säugetier ist". Formal: " $(x)((\exists y)(Kyx.Px) \supset (\exists y)(Kyx.Sx))$ ". Das Argument kann somit wie folgt formalisiert werden:

$$(x)(Px \supset Sx) \therefore (x)((\exists y)(Kyx.Px) \supset (\exists y)(Kyx.Sx))$$

Beweis:

- |     |  |            |
|-----|--|------------|
| 1.  | $(x)(Px \supset Sx) \therefore (x)((\exists y)(Kyx.Px) \supset (\exists y)(Kyx.Sx))$ |            |
| 2.  | $(\exists y)(Kya.Pa)$  | Angenommen |
| 3.  | $Kba.Pa$   | Angenommen |
| 4.  | $Pa.Kba$   | 3, Komm.   |
| 5.  | $Pa$   | 4, Simp.   |
| 6.  | $Pa \supset Sa$  | 1, AI      |
| 7.  | $Sa$   | 5,6, MP    |
| 8.  | $Kba$  | 3, Simp.   |
| 9.  | $Sa.Kba$   | 7,8, Konj. |
| 10. | $Kba.Sa$   | 9, Komm.   |
| 11. | $(\exists y)(Kya.Sa)$  | 10, EG     |
| 12. | $(\exists y)(Kya.Sa)$  | 3-11, EI   |
| 13. | $(\exists y)(Kya.Pa) \supset (\exists y)(Kya.Sa)$                                    | 2-12, K.B. |
| 14. | $(x)((\exists y)(Kyx.Px) \supset (\exists y)(Kyx.Sx))$                               | 13, AG     |

Die Zusatzprämisse 2 fällt durch K.B. weg. Die einzige Prämisse, die bei der Anwendung von AG berücksichtigt werden muss, ist somit 1. In ihr kommt a nicht vor. Damit ist die Anwendung von AG richtig. Man beachte die Anwendung von EI: Zeile 3 entsteht aus Zeile 2, indem man den Existenzquantor weglässt, und das durch ihn gebundene y durch einen Namenbuchstaben ersetzt, der verschieden ist von bereits vorkommenden Namenbuchstaben. Bei der Anwendung von EI muss dann darauf geachtet werden, dass b weder in Zeile 2, noch in Zeile 11 vorkommt, noch in den anderen Prämissen, die für die Ableitung von Zeile 11 verwendet werden. Da hier keine weitere Prämissen verwendet werden, entfällt diese Überprüfung.